De Wiskundige Economie van Shop4Nop[1]

Door Harold Houba, docent Wiskundige Economie

Introductie

In 2005 en 2006 vulde RTL5 de nachtelijke uren met het veilingspel Shop4Nop waarin kijkers biedingen konden uitbrengen via het versturen van een SMS-je van 70 eurocent. Het leuke aan deze veiling was dat niet het hoogste bod wint, maar het laagste unieke bod: “Jouw bod moet het laagste zijn en jij moet ook de enige zijn die dat bedrag heeft geboden”.[2] Dagelijks kon er tot tien uur ’s avonds op een artikel worden geboden, meestal zeer gewilde consumenten elektronica zoals flatscreens en laptops. Deze werden dan voor belachelijke lage prijzen aan de winnaar verkocht, variërend van 14 tot 194 eurocent, wat de naam Shop4Nop eer aan doet. Nederland is niet uniek met de Shop4Nop veiling, want op internet proberen meerdere websites bezoekers te verleiden tot het doen van het laagste unieke bod op gewilde artikelen tot aan dure auto’s aan toe.

Voor de wiskundig econoom roept het verschijnsel van de laagste-unieke-bod veiling interessante vragen op, vooral samenhangend met het perspectief dat men kiest. Voor een potentiële deelnemer is het de vraag of het economisch de moeite waard is om een bod uit te brengen en, zo ja, welk bod. De gezaghebbende Wikipedia beweert zelfs: “Unique bid auctions are a mix between an auction and a lottery” en “there exists no optimal strategy … in the general case.” Waar baseren zij zich op? En, is dit juist? Voor iedere commerciële organisator is het van belang om met winst te draaien. De inkomstenkant kent meerdere bronnen: de opbrengst van de SMS-jes, de bereidheid van fabrikanten om hun product als dagartikel te promoten en, uiteraard, de (bescheiden) opbrengst van de winnende biedingen. Voor RTL5 is de afweging of ze de bulk van het

---

[1] Meerdere resultaten uit deze bijdrage zijn afkomstig van de Bachelorscriptie over Shop4Nop, Augustus 2006, van Dirk Veldhuizen. UD Dinard van der Laan, afdeling Econometrie aan de VU, en Professor Quan Wen, Vanderbilt University in Nashville, zijn eveneens bij dit nog jonge onderzoek betrokken.

[2] Dit is de oude informatie volgens www.shop4nop.nl , voordat het programma in November 2006 uit de lucht is gehaald.

geld willen verdienen als SMS-spelletje of juist als advertentiemedium. Een belangrijke vraag is dan hoe bieders reageren op de waarde van het dagartikel en de kosten van de SMS?

Najaar 2006 werd door een makelaar in samenwerking met de Telegraaf zelfs een huis in Haaksbergen via een Shop4Nop veiling aangeboden, maar in februari 2007 is onder druk van het Ministerie van Justitie besloten deze veiling geen doorgang te doen laten vinden.[3] De vraag is of het wenselijk zou zijn als in het vervolg alle huizen in Nederland via een Shop4Nop veiling zouden worden verkocht: levert deze nieuwe marktvorm marktefficiëntie op en welke gevolgen heeft dit voor de transactiekosten?

Kortom, de Shop4Nop veiling is een interessant wiskundig economisch fenomeen die nadere studie vereist. Het geëigende onderzoeksmodel is de speltheorie en dat is dan ook precies wat in het navolgende aan de orde zal komen.

Hoe Shop4Nop te modeleren?

Een interessant en belangrijk aspect van de Shop4Nop veiling is dat het wel of niet meedoen door een SMS-je te sturen een belangrijk onderdeel van deze veiling is. Iemand die vooraf zou weten dat er niemand anders zou meebieden, doet er zelf goed aan wel mee te doen, terwijl als iemand vooraf zou weten dat de belangstelling om te bieden zeer groot is er waarschijnlijk verstandig aan doet om zich terug te trekken. Ook voor de organisator van de veiling is inzicht in hoeveel mensen meedoen belangrijk om een goede voorspelling over de verwachte deelname te komen. In principe kan het wel of niet meedoen aan de veiling worden gezien als de toetredingsbeslissing van een producent tot de markt waarbij de vraag of de entreekosten kunnen worden terugverdiend belangrijk is.

Los van de toetredingsbeslissing zijn de spelregels van Shop4Nop, zoals het op RTL5 in 2006 werd gespeeld, erg dynamisch waarin bieders meerdere malen kunnen bieden en er gedurende de veiling informatie vrij

[3] Meer informatie is te vinden op http://www.hetsmshuis.nl/index/.

kan komen doordat men SMS-jes ontvangt waarin wordt gemeld dat men niet (langer) het laagste of een uniek bod heeft en of men nog eens wenst te bieden.[4] Als iemand is toegetreden door een bod uit te brengen, hoe gaat deze persoon dan met de extra verkregen informatie om? Steeds opnieuw bieden rekening houdend met de reeds zelf uitgebrachte boden? Of juist vooral niet verder bieden omdat het niet aantrekkelijk genoeg is, maar waarom was het dan wel aantrekkelijk om een eerste bod te doen? Kortom, de Shop4Nop veiling leidt tot zeer eenvoudige vragen waarop het lastig is om een antwoord te geven.

Waarheidsgetrouw modelleren van deze spelregels in combinatie met de toetredingsbeslissing zou al gauw leiden tot een zeer complex model waarbij het onduidelijk is hoe strategieën te definiëren, hoe strategieën te vertalen in winstkansen en uit te drukken in verwachte uitbetalingen waarmee kan worden gerekend. Deze weg lijkt momenteel nog een doodlopende weg en doet afbreuk aan de essentie van elk model: een vereenvoudigende weergave van de werkelijkheid. Daarnaast is het ook belangrijk dat het model geanalyseerd kan worden om tot zinnige modelvoorspellingen te komen. Vandaar dat voor een heel eenvoudige speltheoretisch model is gekozen die de kern van het probleem haarscherp weergeeft.

We veronderstellen dat het aantal kijkers naar Shop4Nop gelijk is aan $n \geq 2$, dat alleen kijkers een potentieel bod zullen uitbrengen en dat de kijkcijfers bij alle kijkers bekend zijn. Om echt grip op de situatie te krijgen nemen we aan dat iedere bieder slechts één bod mag uitbrengen en dat dit een bod onder couvert is (oftewel een gesloten-envelop bieding). Een bod is geheeltallig en in eurocenten waarbij we 0 als het laagste bod beschouwen. Verder laten we expliciet niet bieden (afgekort N) toe, uiteraard kosteloos. Dus, bieder $i = 1, \ldots, n$ brengt het bod $b_i \in \{N, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$ uit. Bod $b_i = N$ kan geen winnend bod zijn en levert 0 eurocent op. Bod $b_i \neq N$ is het winnende bod als dit het laagste unieke bod is (waarvan we de wiskundige formulering hier achterwege laten). De te winnen prijs is een geldbedrag van $M > 0$ in eurocenten. Een verliezer

[4] De veilingregels werden medio 2006 gewijzigd, waarschijnlijk om meer inkomsten te generen. Dit doet enigszins afbreuk aan het ludieke karakter die deze veiling oorspronkelijk had. Na de wijziging ontving men informatie over drie biedingen die nog vrij waren, maar onduidelijk is hoe de software deze nummers genereert en hoe deze informatie zich verhoudt tot het unieke laagste bod op dat moment.

betaalt de kosten c, $0 < c < M$, in eurocenten van een SMS als zijn bod een getal is. De winnaar ontvangt de prijs minus het gedane bod en de kosten van een SMS: netto $M - b_i - c$. Uit deze eenvoudige spelregels volgt onmiddellijk dat het voor iedere bieder rationeel is om niet meer dan $M - c$ te bieden. Dit laatste resultaat en de eenvoud van het model impliceren een goed gedefinieerd spel, waarvan bekend is dat er minstens één evenwicht bestaat. Zoals de recent afgestudeerden horen te weten, dit evenwicht is vernoemd naar de Nobelprijs winnaar John Forbes Nash, wiens levensverhaal beter bekend is als de Oscar-winnende film A Beautiful Mind, met gladiator Russel Crowe in de hoofdrol.[5]
Zoals in de inleiding is vermeld, Wikipedia beweert dat er geen optimale biedstrategie bestaat. Hun argumentatie is als volgt: “Assuming there was an optimal strategy for unique bid auctions, all players would come to the same conclusion about what the optimal bet(s) should be, thereby invalidating the same strategy. Therefore, by proof by contradiction, there exists no optimal strategy for a unique bid auction in the general case.[citation needed]”. Het bestaan van een evenwicht in het zojuist gedefinieerde model laat zien dat Wikipedia hier overduidelijk aan herziening toe is. Het mooie aan Wikipedia is dat het de mogelijkheid biedt correcties aan te brengen, maar helaas voor mij, Wikipedia stelt expliciet dat bij wijzigingen iemand nooit naar zichzelf mag verwijzen. Voorlopig zal deze fout nog wel op Wikipedia blijven staan.

Shop4Nop veiling met twee bieders

De meest eenvoudige Shop4Nop veiling is het model met slechts twee bieders. Dit model kan met behulp van een bi-matrix spel, zoals tegenwoordig in ieder tekstboek over micro-economie voortkomt, worden weergegeven. Bieder 1 kiest een rij, bieder 2 kiest een kolom en bijvoorbeeld $M\text{-}c, 0$ betekent dat bieder 1 de veiling wint met netto uitbetaling $M - c > 0$ en speler 2 niet heeft geboden. Dit bi-matrix spel heeft oneindig veel rijen en kolommen, maar voor een evenwichtsanalyse

[5] Ik verwijs naar http://en.wikipedia.org/wiki/Nash_equilibrium voor de lezers die onbekend zijn met het Nash evenwichtsconcept.

volstaat onderstaande ingekorte versie omdat 1 of meer bieden geen zin heeft:

	N	0	1
N	0,0	0,M-c	0,M-c-1
0	M-c,0	-c,-c	M-c,-c
1	M-c-1,0	-c,M-c	-c,-c

Er blijken drie evenwichten te zijn, waarvan er twee duidelijk zijn: alleen bieder 1 bied 0 (en 2 biedt N) en alleen bieder 2 biedt 0. In ieder van deze twee evenwichten is het alsof de twee bieders vooraf met elkaar hebben gecoördineerd (lees: afgesproken) wie de winnaar zal worden. Dit verschijnsel is bij veilingen en aanbestedingsprocedures niet onbekend, getuige de parlementaire enquête naar de bouwfraude en het voorpagina nieuws in 2005 over executieveilingen van huizen. Voor de Shop4Nop veiling met een publiek van anonieme kijkers lijken deze evenwichten zeer onwaarschijnlijk.

Interessant is dat het model nog een derde evenwicht heeft, waarin iedere bieder met kans c/M niet biedt (N) en met kans $1-c/M$ het bod 0 uitbrengt. Dan kun je uitrekenen dat de verwachte evenwichtsuitbetaling voor een individuele bieder gelijk is aan 0. Dus, iedere bieder is indifferent tussen wel of niet meedingen naar de prijs en de kans op meedoen neemt toe als de kostenbaten verhouding af neemt. Kortom, hogere prijzen zullen enthousiaster biedgedrag tot gevolg hebben, hogere kosten van de SMS-jes drukken de deelname. Opmerkelijk is dat de kans op geen winnaar positief is, namelijk beiden bieden alle twee óf niet óf 0. De bijbehorende kans is $(c/M)^2+(1-c/M)^2 \geq \frac{1}{2}$ en minimaal als $c=\frac{1}{2}M$. Deze kans drukt de verwachte winst van meebieden en drukt derhalve de verwachte deelname.

Hoe vaart de organisator hierbij? Verrassend genoeg blijkt deze precies quitte te spelen, omdat de verwachte opbrengst van SMS-jes precies gelijk is aan $2c(1-c/M)$ hetgeen ook de verwachte kosten van de prijs uitkeren zijn. Uiteraard, in de praktijk zal een deel van c naar de telecombedrijven gaan en zullen fabrikanten een deel van de prijs M voor hun rekening nemen om met hun product in het spotlicht te mogen staan. Tevens moet niet worden vergeten dat bieders meestal de winkelprijs betalen, hier dus M, terwijl de organisator slechts de lagere inkoopprijs betaald en de BTW kan terugvorderen. Daarnaast zal de organisator nog andere kosten hebben zoals het onderhouden van het TV programma en/of website. Kortom, de winstgevendheid van de Shop4Nop is niet transparant.

Bij n spelers geldt dat de kansverdeling voor het aantal biedingen de binomiale verdeling is met kans op een individueel bod gelijk aan $1-\Pr(b=N)$. Met behulp van deze kansverdeling kan een commerciële organisator aan de slag om de optimale c en M te bepalen.

Shop4Nop met drie bieders

Het uitdrukken van evenwichten in mooie formules zoals in het bovenstaande bi-matrix spel zit er voor drie of meer bieders niet in, daarvoor zijn de niet vermelde formules voor de winstkans te complex. Gekozen is om eerst maar eens numeriek naar Shop4Nop te kijken met het hoog aangeschreven numeriek software pakket Gambit.[6] Dit pakket heeft als eerste pakket een recent algoritme geïmplementeerd waarmee **alle** evenwichten in een spel kunnen worden berekend, precies wat we willen bij modellen met meerdere evenwichten. We zijn begonnen om Shop4Nop met drie spelers in Gambit te laten uitrekenen en bespreken enkele gevonden resultaten.

Allereerst, zelfs voor kleine waarden zoals $c=1$ en $M=5$ heeft Gambit 25 minuten rekentijd nodig om alle 22 evenwichten te vinden (op grond van een stelling over bimatrixspelen vermoeden we dat het aantal evenwichten oneven is zodat er toch nog eentje lijkt te ontbreken). Het eerder genoemde coördinatieprobleem neemt dus fors toe, waarbij met coördinatieprobleem wordt bedoeld dat de bieders niet weten welk evenwicht zal worden gevolgd door de andere bieders. Analoog aan het tweespelerspel bestaat er een symmetrisch evenwicht waarin iedere bieder zijn bod aselect trekt uit de volgende kansverdeling:

[6] Gambit is gratis te verkrijgen (inclusief broncode) op http://econweb.tamu.edu/gambit.

kans op N	kans op 0	kans op 1	kans op 2	kans op 3
0,0000	0,5190	0,3407	0,1403	0,000

De verwachte uitbetaling voor een individuele bieder is 0,1565 > 0 en de kans op geen winnaar is gelijk aan 0,1821 > 0. Verder is $M = 5$ de kleinste M bij $c = 1$ waar individuele bieders een positieve winst behalen (en vanwege de eigenschappen van een evenwicht) de kans op N exact 0 is. Dus, alle drie de deelnemers bieden met kans 1. De verwachte opbrengst voor de organisator is dan 3-M<0 voor M>3, dus deze veiling is zonder extra neveninkomsten niet rendabel. Andere berekeningen met Gambit tonen dezelfde type resultaten, maar zijn niet echt hoopvol voor meer realistische situaties omdat de rekentijd snel oploopt, bijvoorbeeld de rekentijd voor $c = 1$ en $M = 15$ is al enkele uren. Symmetrische evenwichten worden altijd als laatste gevonden, terwijl deze interessant zijn zoals we in de volgende paragraaf zullen zien.

Het evolutionair stabiele evenwicht

Een zeer interessante vergelijking van Shop4Nop met twee bieders is de vergelijking met het zogenaamde Havik-Duif spel uit de evolutionaire biologie. In een populatie aaseters komen twee genetische typen voor: haviken die altijd om een buit vechten en de duifachtige die een buit altijd delen. Als een duif en een havik elkaar bij een buit tegenkomen dan gaat de duifachtige zonder aandeel in de buit ervandoor. Als twee haviken elkaar tegenkomen dan vechten ze en weten ze ieder slechts de halve buit te bemachtigen. Vechten is kostbaar omdat dit gepaard gaat met een verlies aan energie, terwijl delen (of eigenlijk niet vechten) kosteloos is. Het volgende bi-matrix spel is een voorbeeld van dit beroemde spel:

	Deel	Vecht
Deel	50,50	0,100
Vecht	100,0	-50,-50

Als het evenwichtsconcept uit de speltheorie hierop wordt toegepast, dan blijkt dat dit spel drie evenwichten heeft: In twee evenwichten zal slechts één iemand vechten en de ander laat de buit schieten (“Deel”). Daarnaast zijn de getallen zo gekozen dat in het derde evenwicht iedere deelnemer met gelijke kans vecht of deelt. Uiteraard kunnen dieren hun genetische code niet veranderen. Biologen kijken daarom naar de evolutie van de fractie haviken en duiven in de gehele populatie. Wat blijkt, is dat de evolutionair stabiele populatie bestaat uit 50% havik en 50% duif. Maw, ieder genetisch type treft met kans gelijk aan een half een vechter.
Het Havik-Duif spel heeft verrassend veel overeenkomsten met de Shop4Nop veiling. Allereerst kent de Shop4Nop ook een “buit”, te weten het te veilen artikel ter grootte M. Dit artikel wordt door ieder van de bieders betwist door mee te bieden oftewel te “vechten”, waarbij vechten kosten met zich meebrengt. Het eerder vermelde symmetrische evenwicht in Shop4Nop voldoet aan de zwaardere eigenschappen van het evolutionair stabiele evenwichtsconcept.
De evolutionaire interpretatie van het symmetrische evenwicht is in zijn algemeenheid voor Shop4Nop een interessante interpretatie, want Shop4Nop werd twee jaar lang dagelijks gespeeld. Toekomstig onderzoek zal moeten uitwijzen of een symmetrisch evenwicht altijd evolutionair stabiel is en of er convergentie over de tijd optreedt.

Huizenmarkt

Het bi-matrix spel voor $n = 2$ kan eenvoudig worden aangepast om bij te dragen in de discussie of het een goed idee is om huizen via Shop4Nop te veilen, waarbij $M_1 < M_2$ de reserveringsprijzen van bieder 1 en 2 voor het huis zijn. In een marktevenwicht zal het goed aan bieder 2 worden verkocht voor een prijs net boven M_1. De markt functioneert dan efficiënt. Concentreren we ons op het “symmetrische” evenwicht in het bi-matrixspel, dan zal bieder 1 met positieve kans winnen en zal deze bieder óf zelf het huis betrekken óf het huis aan bieder 2 doorverkopen. Gezien de grote prijs die het winnen van de veiling met zich meebrengt, zal Shop4Nop waarschijnlijk veel speculanten aantrekken die een gokje willen wagen om dan niet veel later het huis wederom te koop aan te bieden om hun winst te verzilveren. Marktefficiëntie lijkt dan toch wel erg ver weg en het lijkt reëel om er van uit te gaan dat er een constante doorverkoop van huizen zal gaan plaatsvinden. Dit zal de transactiekosten in de markt eerder verhogen in plaats van verminderen. Kortom, het is maar goed dat het Ministerie van Justitie, overigens om totaal andere redenen, dit initiatief op de huizenmarkt heeft tegenwerkt.

Samenvatting

De Shop4Nop veiling biedt voldoende stof om interessant en serieus wetenschappelijk onderzoek aan te doen. Het geformuleerde speltheoretische model heeft al wat eerste geheimen bloot gegeven, zoals het bestaan van een evenwicht en een positieve kans op geen winnaar in het symmetrische evenwicht. De eerste numerieke resultaten lijken de intuïtie te onderbouwen dat een hogere prijs tot meer verwachte deelname zal leiden, terwijl hogere kosten van een bod uitbrengen juist tot minder. Hoe de verwachte deelname afhangt van het aantal TV-kijkers is nog open. Vanuit het perspectief van numeriek programmeren is het zeer interessant dat het Shop4Nop model een serieuze testcase is voor verdere ontwikkeling van het software pakket Gambit, vooral op de vraag waarom het ontbrekende evenwicht niet is gevonden. Tot slot, ook al is deze onderzoekslijn nog lang niet afgerond, de impact ervan zal enorm zijn: de tekst over de unieke-laagste-bod veiling op Wikipedia is dringend aan herziening toe.